

¿CONFÍA EN LOS INTERVALOS DE CONFIANZA?

Ingrith Álvarez – Felipe Fernández - Luisa Andrade
alvarez.ingrith@gmail.com – fjfernandez@pedagogica.edu.co -
landrade@pedagogica.edu.co
Universidad Pedagógica Nacional - Colombia

Tema: Pensamiento relacionado con la Probabilidad y la Estadística

Modalidad: MC

Nivel educativo: Terciario

Palabras clave: Nivel de confianza, intervalo de confianza, concepciones erróneas

Resumen

Usualmente el proceso de enseñanza de intervalos de confianza se remite a establecer técnicas o algoritmos para que dado un nivel de confianza se calcule un intervalo; aunque la perspectiva frecuencial subyace a su definición, en la instrucción poco se profundiza en la interpretación de los resultados asociados al contexto en el que se hace la estimación.

La propuesta de enseñanza busca, a partir de las diferentes concepciones del nivel de confianza que surjan de los participantes, algunas de ellas documentadas en la literatura, contrastar, cuestionar y posicionar una nueva significación de los intervalos de confianza y el nivel de confianza asociado. En el taller, en particular se asume que la interpretación más usual, pero no apropiada, alude al nivel de confianza como la probabilidad de que el parámetro esté contenido en el intervalo calculado.

Introducción

La línea de investigación en Educación Estadística, a partir de uno de sus proyectos de investigación (Fernández, Andrade y Álvarez, 2013), centra su atención en el significado que se le da al nivel de confianza, antes y después de que se calcule e interprete el intervalo. Este interés deja como resultado el diseño de una secuencia de tareas para desarrollar con docentes de matemáticas en formación, enfocada a conceptualizar lo que significa un nivel de confianza, y atender a la superación de errores reportados en otras investigaciones. La secuencia de tareas se fundamenta en un marco conceptual relacionado con los errores que se presentan en la interpretación del significado del nivel de confianza, su diseño combina tanto el trabajo individual como en grupo de los participantes, además de momentos de socialización de las respuestas a las tareas orientados por el docente. Se espera que al desarrollar la propuesta se logre una conceptualización de los intervalos que enfatice en una interpretación del nivel de confianza que posicione la interpretación frecuencial de manera más explícita.

Marco conceptual

La elección de trabajar con el tema de intervalos de confianza obedece, en parte, a la intención de abordar situaciones de muestreo, en las que el foco de atención se centre, entre otros asuntos en: la identificación de poblaciones y muestras de datos y de estudio; la variación que se origina en el muestreo entre muestras de un mismo tamaño y entre muestras de diferente tamaño; y el estimar medidas de agrupación como la media poblacional con base en medias muestrales, para finalmente reflexionar sobre la interpretación del nivel de confianza de los intervalos.

En relación con la interpretación del nivel de confianza de los intervalos, Behar (2007) sugiere que seguir pensando en mejorar el aprendizaje de los estudiantes solo a través de intervenciones e innovaciones en el aula, bajo el supuesto de que los profesores tienen los conceptos claramente entendidos, no parece ser suficiente, ya que él mismo señala las deficiencias en el conocimiento sobre estimación mediante intervalos de confianza y la falta de comprensión al respecto por parte de los profesores e incluso de los expertos estadísticos, que son motivo de las dificultades de los estudiantes.

Para Behar “el concepto de estimación por medio de intervalos de confianza es de los más importantes y útiles en estadística”. Un intervalo de confianza para estimar una media poblacional, es un intervalo que estima este parámetro desconocido con base en una muestra aleatoria. Es un conjunto plausible de valores para el parámetro de interés, generado por unos datos que se obtuvieron en un muestreo aleatorio. El intervalo de confianza para la media poblacional (μ), se construye a partir de un estadístico muestral (la media muestral \bar{x}) al que se le suma y resta la medida del margen de error, dependiendo del nivel de confianza elegido. Behar plantea que el significado de confianza es una idea importante que con frecuencia no es clara; al respecto observa que la construcción del intervalo de confianza no se basa en la variable original X , sino en la media de una muestra aleatoria, y por consiguiente la confianza no es una característica de la población de donde se tomó la muestra y no se refiere a las unidades de la población. El nivel de confianza indica la probabilidad de que el método para construir intervalos de confianza, genere al menos un intervalo que contenga la media poblacional μ , es decir, se refiere al método y no al parámetro; si se repite el muestreo reiteradamente y por lo tanto la construcción del intervalo, a la larga, el porcentaje de

los intervalos generados que contienen la media poblacional μ , está indicado por el nivel de confianza.

La confianza está asociada al procedimiento de construcción o generación de intervalos; esta confianza existe antes de conocer el intervalo de confianza que se va a establecer a partir de los datos de la muestra aleatoria que se tomó. De igual manera si se tiene esta información a priori, se puede suponer que el 95% –si ese es el nivel de confianza que se determinó– de los intervalos que se establezcan con el procedimiento dado, va a contener la media poblacional μ . Así, Behar señala que “con el enfoque frecuentista, el contexto en el cual se explica el significado de ‘confianza’, es el de la potencial repetición de las estimaciones, de esta manera “la confianza” no la tiene el intervalo concreto que se obtuvo mediante un procedimiento aleatorio como resultado de la realización de una muestra aleatoria, sino que la confianza está asociada al procedimiento aleatorio que genera el intervalo”. Además, añade que la verdad es que “jamás se sabrá” si el intervalo establecido contiene la media poblacional μ o no; “no obstante, por las credenciales del procedimiento, si toca decidir, yo puedo actuar como si el intervalo particular hubiera atrapado la media verdadera, con el riesgo asociado al procedimiento generador”. Entonces, suponer que en un intervalo específico está la media poblacional μ , significa que los valores del intervalo son valores plausibles para el parámetro μ .

De la estructura matemática mediante la cual se construye el intervalo de confianza se puede deducir, que entre mayor confianza se establezca para generar los intervalos, más amplios serán éstos. Si se aumenta el tamaño de la muestra para el mismo nivel de confianza, se obtienen intervalos más cortos. Si se aumenta el nivel de confianza, sin aumentar el tamaño de muestra, no se mejora la estimación, sino simplemente se tiene otra expresión de la calidad de la estimación, pues “el aumento de la confianza se hace en detrimento del margen de error”. Lo deseable sería aumentar el nivel de confianza con menor margen de error, o sea con intervalos más cortos, lo cual solo se logra cuando se aumenta el tamaño de la muestra.

Por otra parte, Behar reconoce diversas concepciones relacionadas con la comprensión de conceptos asociados con la estimación por medio de intervalos de confianza, las cuales identifica a través de preguntas formuladas a profesores y expertos. Los

resultados de este estudio ponen en evidencia “la necesidad de orientar los esfuerzos de investigación en la comprensión de los conceptos estadísticos en el colectivo de profesores, pues su correcta comprensión es condición sin la cual, los demás esfuerzos de mejoramiento del aprendizaje en nuestros estudiantes tendrá tímidos resultados. No tiene sentido esforzarse en lograr que los estudiantes comprendan lo que muchos de nosotros los profesores no comprendemos, pero no somos conscientes de ello”.

Algunas de estas concepciones documentadas en los estudios de Behar (2007), Olivo y Batanero (2007) son:

- un $(1-\alpha) \times 100\%$ de los datos están incluidos en el intervalo de confianza (falsa);
- hay un $(1-\alpha) \times 100\%$ de probabilidad de que el intervalo de confianza incluya la media muestral (falsa);
- la probabilidad de que el intervalo de confianza construido incluya la media poblacional es $(1-\alpha) \times 100\%$ (falsa);
- si se generan 200 intervalos con el 95% de confianza bajo el mismo proceso, aproximadamente 10 de aquellos intervalos no contendrán la media de la población (verdadera);
- si se conserva el tamaño de la muestra fijo, el intervalo de confianza se amplía cuando se aumenta el nivel de confianza (verdadera);
- si se fija el nivel de confianza, el intervalo de confianza se hace más corto cuando se aumenta el tamaño de la muestra (verdadera).

Metodología

La secuencia de tareas se estructura en cinco partes, contextualizadas en el marco de una situación simulada de puntajes relacionados con el coeficiente intelectual de un grupo de estudiantes de una institución educativa. La primera parte tiene como propósito buscar que el estudiante diferencie entre los individuos observados y la característica medida, mejore la comprensión en lo que se refiere a la muestra y la población, tanto de estudio como de datos, por lo cual se debe trabajar de forma individual y el profesor estará atento a resolver inquietudes y a observar la comprensión de los estudiantes respecto a las preguntas planteadas; al terminar el desarrollo de las primeras nueve tareas el docente debe procurar resaltar que si se quiere describir una característica con una variable de agrupación, lo que se toma para el cálculo son

muestras de datos y no muestras de los sujetos mismos. También es pertinente enfatizar en la diferencia entre población de estudio y población de datos.

El propósito de la segunda parte se centra en que el estudiante seleccione una muestra y el tamaño adecuado de la misma, discuta acerca de la incidencia o precisión de la estimación de la media poblacional que le aporta el tamaño de la muestra para realizar el estudio estadístico y diferencie entre parámetro y estadístico. Se debe llevar a cabo el trabajo en grupos de dos o tres personas y en dos momentos diferentes. En primera instancia se entregan las preguntas de la Sección A relacionadas con el tamaño de la muestra y la selección de la misma (el grupo debe seleccionar una muestra de estudio de tamaño 20), aquí el docente explicará, si es necesario, cómo seleccionar una muestra a partir de la selección de números aleatorios del 0 al 9 con calculadora de bolsillo o mediante la extracción de balotas y luego, los estudiantes han de solicitar al profesor los datos (archivo en donde el docente tiene registrado el CI de los 1000 estudiantes de la población) correspondientes a los números aleatorios obtenidos. Finalizada esta parte, se entregan las preguntas de la Sección B y después de dar respuesta a las mismas, se socializan procurando hacer evidente la diferencia entre parámetro y estadístico o estimador. Si algún grupo afirma que la media de la población no es única se propondrá pensar en cuántas muestras se pueden tomar del tamaño de la población para que se dé cuenta que sólo hay una muestra posible y por lo tanto solo hay una opción para calcular la media.

Se da paso a la tercera parte con el propósito de confrontar al estudiante con la conceptualización de lo que significa nivel de confianza, por lo que, si es necesario, se ha de recordar el algoritmo para determinar los límites de un intervalo de confianza, para lo cual se debe contar con una tabla de la distribución normal y calculadora o computador. En esta parte del taller, la socialización se debe ir dando a medida que el docente lo considere pertinente, por lo que se recomienda tener en cuenta:

Para la pregunta #18, se espera que los estudiantes digan algo correcto como:

- El intervalo contendrá el valor del parámetro con 90% de probabilidad (interpretación a priori).
- Pero es mejor si dice que 90 intervalos de 100 contendrá el valor del parámetro.

Para la pregunta #20, se espera que el estudiante diga algo como:

- el parámetro estará entre los valores obtenidos con la muestra, con un 90% de probabilidad,
- el estimador estará en el intervalo con un 90% de probabilidad,
- el 90% de los datos de la población estará en ese intervalo,
- el promedio muestral es el valor del parámetro con un 90% de probabilidad.

Dada la socialización, se plantea en la cuarta sección que el estudiante experimente la interpretación frecuencial de los intervalos de confianza con base en métodos de simulación manuales. Por lo tanto, en una primera instancia y de manera individual, se propone generar muestras de datos de forma aleatoria para luego a partir de éstas calcular intervalos con dos niveles de confianza distintos, con el objetivo de ver que entre más grande sea el nivel de confianza el intervalo es más grande, siempre y cuando el tamaño de la muestra no se modifique, tal y como sucede en este caso que siempre es 20. En segunda instancia, compilando los resultados obtenidos por otros compañeros, se ha de proponer la comparación entre el porcentaje de intervalos que contienen la media y el nivel de confianza usado en cada caso para calcular dichos intervalos, ya que lo que se quiere es comprobar la interpretación frecuencial del intervalo de confianza para lo cual es necesario establecer numerosas muestras aleatorias lo cual se logrará con el registro de los resultados obtenidos por todo el grupo de trabajo.

Para iniciar esta sección, se debe entregar un listado con los datos de una población hipotética de coeficientes intelectuales correspondientes a 1000 estudiantes y permitir el espacio de socialización para discutir posibles maneras de cómo se pueden generar números aleatorios con igual probabilidad de ocurrencia (bolsas en donde se depositan papeletas con números, de las que se extraen las papeletas; tablas de números aleatorios; modo random (Rnd) de calculadoras de bolsillo o números pseudoaleatorios de hojas electrónicas) con el fin de acordar el uso de uno de estos métodos y poder determinar aleatoriamente muestras de datos de tamaño 20. Al abordar el ítem 27 se sugiere que el profesor tome nota de los resultados obtenidos por cada uno de los estudiantes, para hacerlos visible a todo el grupo de trabajo; para el ítem 30 se propone que el profesor revele finalmente, la verdadera media poblacional.

Con el fin de contrastar las conjeturas establecidas hasta ahora, se propone una quinta sección basada en una simulación computacional con la ayuda de una hoja de cálculo electrónica. Dependiendo de la disponibilidad de tiempo, se puede desarrollar la Sección A y construir paso a paso la hoja de cálculo en donde se genere de manera aleatoria los 1000 datos, las muestras de tamaño 20, calcular las respectivas medias, desviaciones y los intervalos. Teniendo programada la hoja de cálculo (el docente puede omitir la Sección A y llevarla terminada), se procede al desarrollo de la Sección B, replicando el proceso de la cuarta parte y verificando la interpretación frecuencial del nivel de confianza.

Posibilitando la socialización y comparación de los resultados de las secciones tres y cuatro, con lo observado y conjeturado a través de la simulación computacional, se espera que los estudiantes que desarrollaron la secuencia de tareas comprendan la implicación que tiene el calcular un solo intervalo (en estudios estadísticos calcular más de un intervalo genera altos costos económicos y en los libros de texto tradicionalmente se solicita calcular un solo intervalo y a partir de éste hacer los análisis respectivos) y centren la interpretación del nivel de confianza desde lo frecuencial teniendo en mente que el intervalo calculado no es único.

Conclusiones

La propuesta tiene un carácter innovador puesto que las tareas que se exponen se consideran no rutinarias al ser comparadas con las que tradicionalmente se presentan en libros de texto universitarios, ya que en ellos es frecuente encontrar ejercicios o problemas que se enfocan en el cálculo de los intervalos de confianza más que en su interpretación, lo cual puede explicar en buena parte las concepciones documentadas en la literatura como erradas respecto a los intervalos de confianza. Los propósitos de las tareas sugeridas están enfocados a no replicar ejercicios típicos de aplicación de las distribuciones normal o t-student para inferencia acerca de una media poblacional, sino que procuran acercar al estudiante a procesos de conceptualización buscando superar concepciones tales como que los intervalos de confianza deben cubrir en un $(1-\alpha)$ 100% el rango de valores de la población, o que el promedio muestral es el valor del parámetro con un 90% de probabilidad, entre otras mencionadas al inicio del documento.

La innovación igualmente está asociada con el papel que juega las simulaciones, por lo que se reitera la necesidad de acudir inicialmente a simulaciones físicas (tercera y cuarta parte de la secuencia de tareas) que puedan realizar los estudiantes para seleccionar muestras, construir y representar intervalos, lo cual ha de poner de manifiesto el problema de garantizar que la muestra sea aleatoria para procurar la representatividad de la misma, y abrir espacios para discutir la necesidad de utilizar mecanismos que no generen sesgos dando paso a la simulación computacional (quinta parte), la cual además se puede utilizar para verificar conjeturas de los estudiantes e ilustrar de manera potente la interpretación frecuencial del nivel de confianza de los intervalos.

Por último, el cálculo de un solo intervalo de confianza debe estar asociado a que el sentido de la aproximación frecuencial del nivel de confianza es coherente en el momento previo a la construcción del intervalo, es decir, cuando de manera a priori se establece la probabilidad que conforma el nivel de confianza. Una vez calculado el intervalo, hablar de la probabilidad $(1-\alpha)$ 100% determina la cantidad de intervalos que contienen el parámetro que se estima, lo cual no parece decir mucho sobre la estimación que se está haciendo. En consecuencia, construir un solo intervalo de confianza es poco preciso e incluso inficioso para una estimación, no obstante, un intervalo de confianza ayuda en la toma de decisiones ante la incertidumbre, por ejemplo, cuando se ha fijado una media que sería deseable y la estimación mediante el intervalo lleva a otra conclusión dependiendo de si el intervalo la contiene o no. También construir un intervalo de confianza es de utilidad para la estimación cuando se usa en el mismo sentido de pruebas de hipótesis, es decir, cuando se conjetura acerca del valor del parámetro antes de construir el intervalo de confianza, para luego de construirlo, verificar su pertenencia al intervalo y de esta manera rechazar o no la conjetura.

Referencias bibliográficas

- Behar, R. (2007). *¿Estamos buscando el ahogado aguas arriba? El caso de la estimación con intervalos de confianza*. Primer Encuentro Nacional de Educación Estadística (ENAES), Bogotá.
- Fernández, F. Andrade, L. y Álvarez, I. (2013). *Experimentos de enseñanza y razonamiento estadístico en situaciones de probabilidad e inferencia estadística* (reporte de investigación). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.
- Olivo, R. y Batanero, C. (2007). Un estudio exploratorio de dificultades de comprensión de intervalo de confianza. *Revista Unión*, 12, 37-51.

ANEXO A. SECUENCIA DE TAREAS

SITUACIÓN

Mundialmente se ha reconocido que aquellas personas que tienen un coeficiente intelectual (C.I.) igual o superior a 125 puntos, son superdotados. En el colegio “Los Pilos” en donde hay 1000 alumnos en los grados de sexto a once, se quiere realizar una prueba para determinar el puntaje del coeficiente intelectual representativo de estos cursos. Los costos de aplicar esta prueba son muy altos y el colegio no dispone de suficientes recursos para aplicarla a todos.

Primera parte

De acuerdo con el enunciado de la situación planteada:

1. ¿Cuál es la característica que interesa observar en este estudio?
2. ¿A quiénes se podría estudiar para observar dicha característica?
3. Proponga un ejemplo de la información que se podría recolectar, identificando la característica que se observa y a quién se le observa.
4. Compare su ejemplo con los siguientes y explique cuál de ellos ilustra mejor la información que se podría recoger :

Ejemplo 1.

Alumno	a1	a2	a3	aj	...
Puntaje de C.I.	112	126	120	98	...

Ejemplo 2.

Alumno	Juan	Luis	Pepe	Lucia	...
--------	------	------	------	-----	-----	-------	-----

Ejemplo 3.

Puntaje de C.I.	112	126	120	98	...
-----------------	-----	-----	-----	-----	-----	----	-----

5. Complete el ejemplo escogido teniendo en cuenta su respuesta al ítem 2.
6. A partir del ejemplo que usted completó liste algunos de:
 - a. Los alumnos seleccionados.
 - b. Las medidas de la característica observada.
7. De la información anterior deben emerger dos colecciones de elementos, una se conoce como *muestra de estudio* y la otra como *muestra de datos*. Identifique cuál es cada una de ellas.
8. Con base en lo analizado en el punto anterior, describa la población de estudio y la población de datos.
9. Describa la diferencia entre la población de datos y la muestra de datos.

Segunda parte

Sección A

10. ¿Qué tamaño de muestra de estudio sería conveniente seleccionar para determinar el puntaje del coeficiente intelectual de los grados de sexto a once? ¿por qué?
11. Seleccionen una muestra aleatoria de tamaño 20 y registre la muestra de datos.
12. Teniendo en cuenta esta muestra ¿qué podría decir acerca del puntaje del coeficiente intelectual de los cursos? Explique.

Sección B

13. ¿La media que se obtiene de la muestra, en su grupo, será igual a la media obtenida en los otros grupos? Expliquen.
14. Comparen la media obtenida a partir de su muestra con las medias obtenidas por otros grupos. Expliquen si mantienen o no su anterior afirmación.
15. Comenten la validez de la siguiente afirmación.
El hecho de que las medias determinadas puedan ser diferentes, implica que la media de la población no sea única.
16. La respuesta dada al ítem anterior, ¿seguirá siendo igual para otras medidas de resumen estadístico, tales como la mediana, la desviación, etc.? Expliquen.
17. ¿Es posible afirmar que la media del puntaje del coeficiente intelectual de la población, es la que calcularon para su muestra? Expliquen.

Tercera parte

18. Si para estimar la media del puntaje del coeficiente intelectual de la población se utilizan intervalos con un nivel del 90% de confianza, describa su interpretación acerca de lo que significa el nivel de confianza antes de calcular el intervalo.
19. Para la siguiente muestra¹ de coeficientes intelectuales de veinte estudiantes, construya un intervalo para la media de la población con un nivel de confianza del 90%.

149 129 119 130 97 128 129 107 98 122
136 113 115 117 118 142 137 120 134 140

20. Describa su interpretación acerca de lo que significa el nivel de confianza respecto al intervalo resultante.
21. Para la siguiente muestra de coeficientes intelectuales, también obtenida de manera aleatoria y que igualmente se piensa que es representativa de la población de datos, responda las dos preguntas anteriores, teniendo en cuenta utilizar de nuevo un nivel de confianza del 90%.

101 107 130 101 115 104 91 91 121 109
104 125 113 98 110 119 102 92 111 120

22. Explique si encuentra alguna incompatibilidad en las interpretaciones dadas sobre el nivel de confianza de los dos intervalos contruidos.
23. Para los intervalos encontrados antes, haga lo siguiente:
 - a. Represente cada intervalo en una recta real diferente.
 - b. Identifique el complemento de cada intervalo.
 - c. Represente los dos intervalos en una misma recta real.
 - d. Determine si los intervalos se intersecan.
 - e. ¿Qué relación de contención encuentra entre un intervalo y el complemento del otro?
 - f. Describa su interpretación acerca de lo que significa el 10% (complemento del nivel de confianza) respecto al complemento del primer intervalo resultante.
 - g. Describa su interpretación acerca de lo que significa el 10% (complemento del nivel de confianza) respecto al complemento del segundo intervalo resultante.

¹ Obtenida de manera aleatoria y por lo que se considera representativa de la población de datos.

24. Dado que las dos anteriores muestras aleatorias fueron tomadas de la misma población de coeficientes intelectuales de los estudiantes, y considerando lo encontrado en el punto anterior, explique si mantiene o no la explicación dada en el ítem 22.
25. Los siguientes estudiantes dieron, cada uno, la misma interpretación para los dos intervalos de confianza construidos en los puntos anteriores, según se muestra en la tabla:

Estudiante	Interpretación
María	El parámetro estará entre los valores extremos del intervalo calculado con base en la muestra, con un 90% de probabilidad.
Andrea	El 90% de los datos de la población estará en el intervalo calculado.
Benjamín	El parámetro está contenido aproximadamente en 90 de cada 100 intervalos construidos.
Felipe	El promedio muestral encontrado es el valor del parámetro con un 90% de probabilidad.
Gloria	Hay un 90% de probabilidad de que el promedio muestral esté en el intervalo calculado.

Considere las interpretaciones dadas y explique si está de acuerdo o no con cada una de ellas. Tenga en cuenta la representación gráfica elaborada en el ítem 23.

Cuarta parte

26. Genere 20 números aleatorios de 1 a 100, de acuerdo con el listado proporcionado identifique los respectivos coeficientes intelectuales de los estudiantes. Calcule dos intervalos: uno de 90% y el otro de 99% de confianza con base en esos coeficientes intelectuales (muestra de tamaño 20).
27. Repita el proceso anterior por lo menos cinco veces y reporte al profesor los resultados obtenidos.
28. Verifique cuántos de los cinco o más intervalos construidos por usted, contienen la media.
29. Reúna la información de sus compañeros y determine el porcentaje de intervalos que contiene la media.
30. Compare el porcentaje obtenido en el anterior punto, con el nivel de confianza establecido al momento de construir los intervalos y comente lo acertado del resultado con lo esperado.

Quinta parte

Sección A

Construcción de archivo digital que permitan realizar la simulación de los 1000 datos, las muestras aleatorias de tamaño 20 y los respectivos intervalos de confianza, dado un determinado nivel.

Las siguientes ilustraciones muestran dos ejemplos de simulación donde la media de la población tiene un valor de 116 y está representada con una línea horizontal que atraviesa el gráfico; cada uno de los intervalos calculados está representado por un segmento vertical cuyos extremos corresponden a los valores de L1 (valor inferior) y L2 (valor superior) cuando se calcula el respectivo intervalo de confianza.

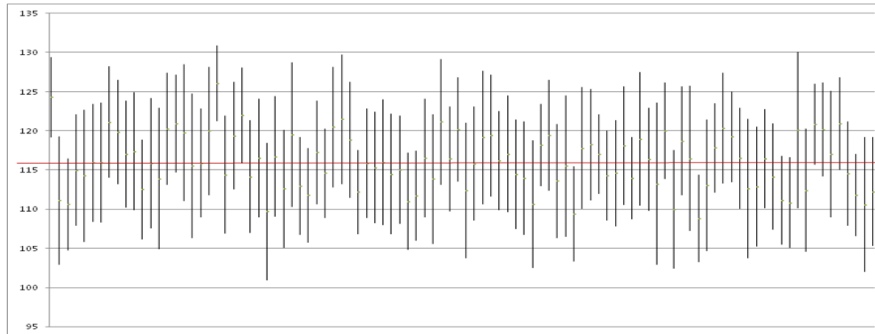


Ilustración 1. Simulación de cien intervalos de confianza para la media de una población suponiendo que la varianza no es conocida.

La ilustración 1 muestra una simulación electrónica que produjo cien intervalos de confianza para la media de la población, basados en la generación de cien muestras aleatorias de tamaño $n=20$ en cada una de las cuales se estimó μ y σ . Nótese que en esta gráfica los intervalos no necesariamente tienen longitudes iguales, ya que la estimación de σ , puede variar de muestra a muestra. Por otra parte se puede apreciar, en consonancia con la interpretación frecuencial de la probabilidad, que 95 de los 100 intervalos calculados, incluyen la media de la población.

La ilustración 2 muestra el resultado de una simulación que produjo cien intervalos de confianza para la media de la población, basados en la generación de 100 muestras aleatorias de tamaño $n=20$. Nótese que en esta gráfica los intervalos tienen longitudes iguales, ya que no fue necesario estimar σ . Por otra parte también se puede apreciar, en consonancia con la interpretación frecuencial de la probabilidad, que 96 de los cien intervalos calculados, incluyen la media de la población.

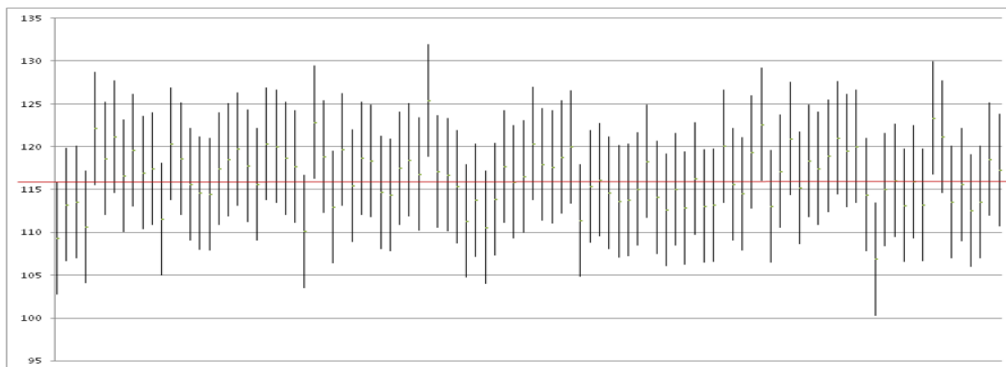


Ilustración 2. Simulación de intervalos de confianza para la media de una población suponiendo que la varianza es conocida.

Sección B

31. Para una primera opción, verifique cuántos de los intervalos generados, contienen la media. Exprese esto en porcentajes.
32. ¿Cuántos de los intervalos generados, NO contienen la media?
33. Compare el porcentaje obtenido en los dos anteriores puntos, con el nivel de confianza establecido al momento de construir los intervalos y el margen de error, y comente lo acertado del resultado con lo esperado.
34. Con la opción de recalcular (F9), generar nuevas muestras y por ende nuevos intervalos. Conteste las preguntas 31, 32 y 33, como mínimo para 5 casos más.
35. Describa su interpretación acerca de lo que significa el nivel de confianza respecto al intervalo resultante.